郑州市2023—2024学年上学期期末考试

高中二年级数学参考答案

一、单项选择题，本大题共8小题，每小题5分，共40分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	A	B	C	A	B	D

二、多项选择题，本大题共8小题，每小题5分，共40分.

题号	9	10	11	12
答案	ACD	BD	AC	ABD

三、填空题，本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. （$-2,-4,3$）； **14.** 写出$2x+y=0$或$x-2y+5=0$或$x-2y-5=0$一条即可；

15．$\dfrac{\sqrt{29}}{3}$；16.6n-4.

四、解答题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.解：(1)由题意可知，H为AB的中点，

$\because A$（$-1,3$），B（$2,0$），$\therefore H$（$\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}$）. 1分

又$k_{AB}=\dfrac{3-0}{-1-2}=-1$，$\therefore k_{CH}=-\dfrac{1}{k_{AB}}=1$. 3分

$\therefore CH$所在直线方程为$y-\dfrac{3}{2}=x-\dfrac{1}{2}$，即$x-y+1=0$. 5分

（2）由$\begin{cases}2x-y+4=0,\\x-y+1=0\end{cases}$解得$\begin{cases}x=-3,\\y=-2\end{cases}$所以$C$（$-3,-2$）. 7分

又直线AB方程为$y=-(x-2)$，即$x+y-2=0$. 8分

$\therefore$点C到直线AB的距离$d=\dfrac{|-3-2-2|}{\sqrt{2}}=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$. 10分

18.解：（1）设圆C的半径为r，过P向圆C所作切线的一个切点为Q，

由$|PQ|=\sqrt{|PC|^2-r^2}$知，当$|PC|$最小时，切线段$|PQ|$的长度有最小值，自圆心C向直线$2x-y+3=0$引垂线段CP，此时$|PQ|$有最小值.

........1 分

∵ 圆心 C 到直线 $2x-y+3=0$ 的距离 $d=\frac{|2+3|}{\sqrt{2^2+1}}=\sqrt{5}$. 即 $|PC|_{\min}=\sqrt{5}$. ....3 分

∴ $r=\sqrt{(\sqrt{5})^2-2^2}=1$. ....5 分

∴ 圆的方程为 $(x-1)^2+y^2=1$. ....6 分

（2）由圆 C：$(x-1)^2+y^2=1$ 和圆 C'：$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$，

两圆方程相减得，公共弦 AB 所在直线方程为 $x+y-2=0$. ....8 分

∴圆心 C 到直线 $x+y-2=0$ 的距离为 $d=\frac{|1+0-2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. ....10 分

∴弦长 $AB=2\sqrt{r^2-d^2}=\sqrt{2}$. ....12 分

19.解：（1）设等差数列的公差为 d，则由题意得

$$\begin{cases}5a_1+10d=3(3a_1+3d)-2,\\ a_1+(2n-1)d=2[a_1+(n-1)d]+1\end{cases}$$ ....2 分

解得 $\begin{cases}a_1=1,\\ d=2.\end{cases}$ ....4 分

∴数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2n-1$. ....5 分

（2）由题意得，数列 $\{b_n\}$ 为等比数列，公比为－1，

所以 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=(-1)^n$. ....6 分

∴ $a_n\cdot b_n=(-1)^n(2n-1)$. ....7 分

当 n 为偶数时，$T_n=-1+3-5+7-\cdots+(-1)^n(2n-1)=n$；

当 n 为奇数时，$T_n=-1+3-5+7-\cdots+(-1)^n(2n-1)=-n$. ....11 分

综上所述，$T_n=(-1)^n n$. ....12 分

（T_n 的最终结果写成分段函数形式也可以.）

20. 解：（1）∵曲线 C 上的动点 $P(x,y)(x\ge 0)$ 到点 $F(2,0)$ 的距离比 P 到直线

$x=-3$ 的距离小 1，

∴ 动点 $P(x,y)$ 到直线 $x=-2$ 的距离与它到点 $F(2,0)$ 的距离相等.

故所求轨迹为以原点为顶点,开口向右的抛物线, 且 $\frac{p}{2}=1$， ....2 分

$\therefore p=4$.

∴点 P 的轨迹 E 的方程为 $y^2=8x$. ....4 分

（2）证明：由题知直线 l 的斜率存在且不为零，

设 l 的方程为 $y=k(x+2)$ ， ....5 分

联立 $\begin{cases} y^2=8x \\ y=k(x+2) \end{cases}$ 得 $k^2x^2+(4k^2-8)x+4k^2=0$，

$\Delta=(4k^2-8)^2-16k^4=64(1-k^2)>0$，

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则 $x_{1,2}=\dfrac{-4k^2+8\pm8\sqrt{1-k^2}}{2k^2}$，

∴ $x_1+x_2=\dfrac{8-4k^2}{k^2}$，$x_1x_2=4$. ....7 分

∴ $k_{FA}+k_{FB}=\dfrac{y_1}{x_1-2}+\dfrac{y_2}{x_2-2}=\dfrac{k(x_1+2)}{x_1-2}+\dfrac{k(x_2+2)}{x_2-2}$

$=\dfrac{k(x_1+2)(x_2-2)+k(x_1-2)(x_2+2)}{(x_1-2)(x_2-2)}=\dfrac{2k(x_1x_2-4)}{(x_1-2)(x_2-2)}$ ， ....10 分

∵ $x_1x_2=4$， ∴ $k_{FA}+k_{FB}=0$. ....11 分

即直线 FA 与直线 FB 的倾斜角互补. ....12 分

21.解：（1）取 AC 的中点 Q，连接 PQ，C_1Q，得 PQ 为△ABC 的中位线，

∴$PQ\parallel BC$，且 $PQ=\frac{1}{2}BC$.

而 $A_1C_1=1$，$A_1C_1=B_1C_1$ ，$BC\parallel B_1C_1$，

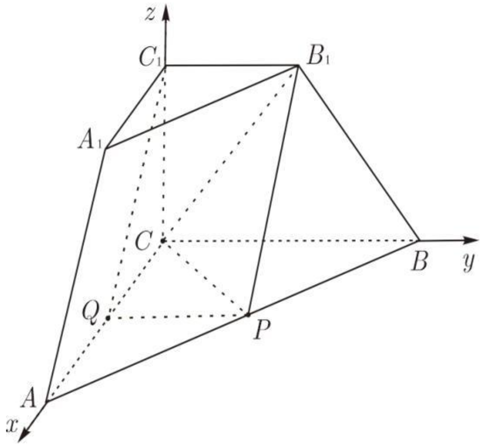
则 $PQ\parallel B_1C_1$，$PQ=B_1C_1$，

∴四边形 PQC_1B_1 为平行四边形，

∴$B_1P\parallel C_1Q$ . ... 3 分

又∵$B_1P\not\subset$平面 ACC_1A_1，

$C_1Q\subset$平面 ACC_1A_1 ，



$\therefore B_1P$ // 平面 ACC_1A_1.　　　　........ 5 分

（2）如图，以 CA，CB，CC_1 所在直线分别为 x 轴、 y 轴、 z 轴，建立空间直角坐标系. 则 B_1（0，1，2），C（0，0，0），P（1，1，0），

所以 $\overrightarrow{CB_1}=(0,1,2),\overrightarrow{CP}=(1,1,0)$.　　　　........6 分

设平面 B_1CP 的一个法向量为 $\vec{n}_1=(x,y,z)$，

由 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{CB_1}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{CP}=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}y+2z=0,\\ x+y=0.\end{cases}$

可取 $\vec{n}_1=(2,-2,1)$.　　　　........7 分

易知平面 ACC_1A_1 平面的法向量为 $\vec{n}_2=(0,1,0)$.　　　　........9 分

设平面 B_1CP 与平面 ACC_1A_1 的夹角为 θ，则

$$\cos\theta=|\cos<\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}>|=\frac{|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\frac{2}{3}.$$

$\therefore$ 平面 B_1CP 与平面 ACC_1A_1 的夹角余弦值为 $\frac{2}{3}$.　　　　........12 分

22.（1）解：由题意得　　　　........ 2 分

$$\begin{cases}e^2=1-\dfrac{b^2}{a^2}=\dfrac{2}{3},\\ \dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}.\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}a=\sqrt{6},\\ b=\sqrt{2}.\end{cases}$　　　　........ 3 分

$\therefore$ 椭圆的标准方程为：$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$.　　　　........ 4 分

（2）假设椭圆 C 上是存在点 P，设为 (x_0,y_0)，使得四边形 $OMPN$ 为平行四边形.

设直线 l 的方程为：$x=ty+2$,　　　　........ 5 分

联立 $x=ty+2$ 与 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$ 消去 x 得 $(t^2+3)y^2+4ty-2=0$，

判别式 $\Delta=24(t^2+1)>0$，

设$M(x_1,y_1)$ $N(x_2,y_2)$,则 $y_{1,2}=\dfrac{-2t\pm\sqrt{6(t^2+1)}}{t^2+3}$,

∴ $\begin{cases} y_1+y_2=\dfrac{-4t}{t^2+3}, \\ y_1\cdot y_2=\dfrac{-2}{t^2+3}. \end{cases}$ .... 7 分

则 MN 中点坐标为$(\dfrac{6}{t^2+3},\dfrac{-2t}{t^2+3})$，OP 中点坐标为$(\dfrac{x_0}{2},\dfrac{y_0}{2})$,则

$\begin{cases} \dfrac{x_0}{2}=\dfrac{6}{t^2+3}, \\ \dfrac{y_0}{2}=\dfrac{-2t}{t^2+3} \end{cases}$ 解得$\begin{cases} x_0=\dfrac{12}{t^2+3}, \\ y_0=\dfrac{-4t}{t^2+3} \end{cases}$ .... 9 分

代入椭圆方程$t^4-2t^2-15=0$，解得$t^2=5$. ....10 分

此时$P(\dfrac{3}{2},\pm\dfrac{\sqrt{5}}{2})$， ....11 分

所以椭圆C上是存在点 P，使得四边形 $OMPN$ 为平行四边形. ....12 分