2021-2022 学年度高三二测文科数学评分参考

一、单选题

1.B　2.D　3.C　4.C　5.D　6.A　7.B　8.C　9.B　10.B　11.B　12.A

二、填空题

13. $\frac{\sqrt{3}}{3}$；　**14.1**；　**15.** $x+y-2-\pi=0$；　**16.7.**

二、解答题

17．解：(1)由题意，可得如下 2×2 列联表：

	有兴趣	没有兴趣	合计
男	30	20	50
女	45	5	50
合计	75	25	100

所以 $K^2=\frac{100\times(30\times5-20\times45)^2}{75\times25\times50\times50}=12>10.828$，

所以有 99.9%的把握认为对滑雪运动是否有兴趣与性别有关．.........6 分

（2）由分层抽样抽到的男生人数 $5\times\frac{30}{75}=2$（人）、女生人数分别为：$5\times\frac{45}{75}=3$（人），

....8 分

记 2 名男生分别是 a，b，3 名女生分别是 A，B，C.

则从中选出 2 人的基本事件是：ab，aA，aB，aC，bA，bB，bC，AB，AC，BC 共 10 个，

选出的 2 人至少有一位是女生的事件有 9 个，

所以选出的 2 人至少有一位是女生的概率 $P=\frac{9}{10}$． ....12 分

18. 解析：（1）由 $\frac{4aS}{\tan A}=(2b-a)(a^2+b^2-c^2)$ 可得

$\frac{4aS\cos A}{\sin A}=(2b-a)(a^2+b^2-c^2)$，因为 $S=\frac{1}{2}bc\sin A$，$a^2+b^2-c^2=2ab\cos C$

所以 $c\cos A=(2b-a)\cos C$，.........4 分

又 $\sin C\cos A+\sin A\cos C=2\sin B\cos C$，所以 $\sin(A+C)=2\sin B\cos C.$

又因为 $\sin(A+C)=\sin B$，ΔABC中，$\sin B\neq0$，　所以 $\cos C=\frac{1}{2},C=\frac{\pi}{3}$. . . . . 6 分

(2) $\sin A+\sin B=\sin A+\sin(A+C)=\sin A+\sin(A+\frac{\pi}{3})=\frac{3}{2}\sin A+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A=\sqrt{3}\sin(A+\frac{\pi}{6})$，

$\because 0 < A < \frac{2\pi}{3}, \therefore \frac{\pi}{6} < A + \frac{\pi}{6} < \frac{5\pi}{6}.$

$\therefore \sin(A+\frac{\pi}{6}) \in \left(\frac{1}{2}, 1\right], \therefore \sin A + \sin B \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3}\right]$............................12分

19．解：（1）题意可知$\triangle ABC$为等边三角形，M 是BC的中点.

所以$AM \perp BC$，又$AD//BC$所以$AM \perp AD$，

因为$FA \perp$底面ABCD，$AM \subset$平面ABCD，故$FA \perp AM$，又$FA \cap AD = A$，

所以$AM \perp$底面$ADEF$，$EF \subset$平面ADEF，故$AM \perp EF$ ....6 分

（2）由题意可知$\triangle ACD$为等边三角形，则点C到平面$ADEF$的距离即AM=$d = \sqrt{3}$，

$S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} AF \cdot DA = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$，

$V_{三棱锥E-ACF} = V_{三棱锥C-AEF} = \frac{1}{3} S_{\triangle AEF} \cdot d = \sqrt{3}$ ....12 分

20.解析：（1）由题意得$b = 1, a = 2, c = \sqrt{3}$ $\therefore$椭圆C的标准方程为$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.........4 分

（2）$\because$点A在椭圆上，$\therefore \frac{x_0^2}{4} + y_0^2 = 1$，即$x_0^2 + 4y_0^2 = 4$.

由题意可得直线l的斜率存在且不为0，设直线l的方程为$y - y_0 = k(x - x_0)(k \neq 0)$，

则$M\left(x_0 - \frac{y_0}{k}, 0\right)$，$N(0, y_0 - kx_0)$，则$\overrightarrow{AN} = (-x_0, -kx_0)$，$\overrightarrow{MA} = \left(\frac{y_0}{k}, y_0\right)$.

$\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{AN}$，即$k = -\frac{y_0}{2x_0}$，$\therefore$直线$l$的斜率$k = -\frac{y_0}{2x_0}$ ....6 分

$\because BD//l$，$\therefore$直线BD的方程为$y = -\frac{y_0}{2x_0}x$，即$y_0 x + 2x_0 y = 0$.

联立$\begin{cases} y = -\frac{y_0}{2x_0}x, \\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1, \end{cases}$解得$x^2 = \frac{4x_0^2}{x_0^2 + y_0^2}$，$\therefore |x| = \frac{2|x_0|}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}$，

$\therefore |BD| = 2\sqrt{1 + \frac{y_0^2}{4x_0^2}} \cdot \frac{2|x_0|}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}} = 2\sqrt{4x_0^2 + y_0^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}$.又点$A$到直线$BD$的距离

$d = \frac{|2y_0x_0 + x_0y_0|}{\sqrt{4x_0^2 + y_0^2}}$，$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}|BD| \cdot d = \frac{3|x_0y_0|}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}} = \frac{3}{\sqrt{\frac{1}{y_0^2} + \frac{1}{x_0^2}}}$ ....10 分

又$\dfrac{1}{y_0^2}+\dfrac{1}{x_0^2}=\left(\dfrac{1}{y_0^2}+\dfrac{1}{x_0^2}\right)\left(\dfrac{x_0^2}{4}+y_0^2\right)=\dfrac{5}{4}+\dfrac{x_0^2}{4y_0^2}+\dfrac{y_0^2}{x_0^2}\ge\dfrac{5}{4}+2\sqrt{\dfrac{x_0^2}{4y_0^2}\cdot\dfrac{y_0^2}{x_0^2}}=\dfrac{9}{4}$，当且仅当

$\begin{cases}\dfrac{x_0^2}{4y_0^2}=\dfrac{y_0^2}{x_0^2},\\ \dfrac{x_0^2}{4}+y_0^2=1,\end{cases}$ 即$x_0=\pm\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$时等号成立，$\therefore\sqrt{\dfrac{1}{y_0^2}+\dfrac{1}{x_0^2}}\ge\dfrac{3}{2}$，$\therefore 0<\dfrac{3}{\sqrt{\dfrac{1}{y_0^2}+\dfrac{1}{x_0^2}}}\le 2$，

$\therefore 0<S_{\triangle ABD}\le 2$.则$\triangle ABD$面积的最大值为2..12 分

21.解析：(1) $g(x)=\dfrac{lnx}{x}+2$定义域为$(0,+\infty)$，$g'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$，

则，$g(x)$在$(0,e)$单调递增，在在$(e,+\infty)$单调递减，

故函数$g(x)$的极大值为$g(e)=\dfrac{1}{e}+2$，　无极小值　.........4 分

(2) 证明$f(x)\geqslant g(x)$等价证明$xe^{x+1}-2\geqslant\ln x+x$，即$xe^{x+1}-\ln x-x-2\geqslant 0$.

令$h(x)=xe^{x+1}-\ln x-x-2(x>0)$ --6 分

$h'(x)=(x+1)\mathrm{e}^{x+1}-\dfrac{1+x}{x}=(x+1)\left(\mathrm{e}^{x+1}-\dfrac{1}{x}\right)$，令$\varphi(x)=\mathrm{e}^{x+1}-\dfrac{1}{x}$，则$\varphi(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，

而$\varphi\left(\dfrac{1}{10}\right)=\mathrm{e}^{\frac{11}{10}}-10<\mathrm{e}^2-10<0$，$\varphi(1)=\mathrm{e}^2-1>0$，

故$\varphi(x)$在$(0,+\infty)$上存在唯一零点x_0，且$x_0\in\left(\dfrac{1}{10},1\right)$，---------------------------8 分

$x\in(0,x_0)$时，$\varphi(x)<0$，$h'(x)<0$，$h(x)$在$x\in(0,x_0)$上单调递减；

$x\in(x_0,+\infty)$时，$\varphi(x)>0$，$h'(x)>0$，$h(x)$在$x\in(x_0,+\infty)$上单调递增，

故$h(x)_{\min}=h(x_0)=x_0\mathrm{e}^{x_0+1}-\ln x_0-x_0-2$，又因为$\varphi(x_0)=0$即$\mathrm{e}^{x_0+1}=\dfrac{1}{x_0}$，

所以$h(x_0)=-\ln x_0-x_0-1=(x_0+1)-x_0-1=0$，从而$h(x)\geqslant h(x_0)=0$，

即$f(x)\geqslant g(x)$..12 分

(二) 选考题：共10分.请考生在22、23题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.

22.[选修4－4：坐标系与参数方程]（10 分）

解：(1) C_1的直角坐标方程为$(x-1)^2+y^2=1$，C_1的极坐标方程为$\rho=2\cos\theta$，

C_2的极坐标方程为

$\rho = 2\sin\theta$. ……………………………………………5 分

（2）由题意可以，$|OA| = \rho_A = 2\cos\dfrac{\pi}{3} = 1$，$|OB| = \rho_B = 2\sin\dfrac{\pi}{3} = \sqrt{3}$，

所以

$|AB| = \big||OB| - |OA|\big| = \sqrt{3} - 1$. ……………………………………………………

………8 分

又 Q 到射线 l 的距离为 $d = |OQ|\sin\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

故△ ABQ 的面积为

$S = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\sqrt{3} - 1\right) = \dfrac{3 - \sqrt{3}}{4}$ ……………………………………………………………10 分

23.[选修 $4-5$：不等式选讲]（10 分）

解：（1）不等式 $f(x) \geqslant |2x-1|$，即 $|x-a| \geqslant |2x-1|$，

两边平方整理得：$3x^2 + (2a-4)x + 1 - a^2 \leqslant 0$，

由题意可知 0 和 2 是方程 $3x^2 + (2a-4)x + 1 - a^2 = 0$ 的两个实数根，

即 $\begin{cases} 1 - a^2 = 0, \\ -a^2 + 4a + 5 = 0, \end{cases}$ 解得

$a = -1$. ……………………………………………………5 分

（2）因为 $f(x) + |x+2a| > |x-a| + |x+2a| \geqslant |(x-a) - (x+2a)| = 3|a|$，

所以要使不等式 $f(x) + |x+2a| > 2a + 3$ 恒成立，只需

$3|a| > 2a + 3$ ……………………………………………7 分

当 $a \geqslant 0$ 时，$3a > 2a + 3$，解得 $a > 3$，即 $a > 3$.

当 $a < 0$ 时，$-3a > 2a + 3$，解得 $a < -\dfrac{3}{5}$，即 $a < -\dfrac{3}{5}$.

综上所述，实数 a 的取值范围是

$\left(-\infty, -\dfrac{3}{5}\right) \cup (3, +\infty)$. ……………………………………………………10 分