2020-2021 学年高三一测数学（文科）评分参考

一、选择题：本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.

1.C；2.D；3.A； 4.B；5.D； 6.C； 7.B； 8.C； 9.A； 10.D； 11.B； 12.B.

二、填空题

13. 4； 14. -1； **15. 31； 16.[0，8].**

三、解答题：

17.（1） $a=20$ ……………………………3 分

比例是 $\frac{20}{100}=0.2$ ………………6 分

（2）**理由一:** 设方案 2 的石榴售价平均数为 $\overline{x}$

$\overline{x}=16\times\frac{1}{10}+18\times\frac{3}{10}+22\times\frac{4}{10}+24\times\frac{2}{10}=20.6$ ………………9 分

因为 $\overline{x}=20.6>20$ 所以从超市老板的销售利润角度考虑，采用方案 2 比较好. ………12 分

理由二： 设方案 2 的石榴售价平均数为 $\overline{x}$

$\overline{x}=16\times\frac{1}{10}+18\times\frac{3}{10}+22\times\frac{4}{10}+24\times\frac{2}{10}=20.6$ ………………9 分

虽然 $\overline{x}=20.6>20$，但 $20.6-20=0.6$

从超市老板后期对石榴分类的人力资源和时间成本角度考虑，采用方案 1 比较好. …12 分

备注：若学生回答的理由有理有据均可酌情给分.

18．解：(1) 在 $\triangle ABC$ 中，因为，$b=\sqrt{5},c=\sqrt{2},\angle B=45^\circ$

由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，得 $5=2+a^2-2\times\sqrt{2}\times a\times\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以 $a^2-2a-3=0$. $a=3,$ 或 $a=-1$（舍）

所以 $BC=3$ ………………6 分

（2）在 $\triangle ABC$ 中，由正弦定理 $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，得 $\frac{\sqrt{5}}{\sin 45^\circ}=\frac{\sqrt{2}}{\sin C}$，所以 $\sin C=\frac{\sqrt{5}}{5}$. …8 分

在 $\triangle ADC$ 中，因为 $\cos\angle ADC=-\frac{4}{5}$,所以 $\angle ADC$ 为钝角.

而 $\angle ADC+\angle C+\angle CAD=180^\circ$,所以 $\angle C$ 为锐角.故 $\cos C=\sqrt{1-\sin^2 C}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, ………9 分

因为 $\cos\angle ADC=-\frac{4}{5}$，所以 $\sin\angle ADC=\sqrt{1-\cos^2\angle ADC}=\frac{3}{5}$，…………10 分

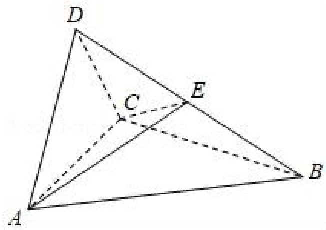
$\sin\angle DAC=\sin(180°-\angle ADC-\angle C)=\sin(\angle ADC+\angle C)$,

$=\sin\angle ADC\cos\angle C+\cos\angle ADC\sin\angle C$,

$=\frac{3}{5}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}-\frac{4}{5}\times\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{2\sqrt{5}}{25}$. …………12分

19. （1）证明：如图所示，取 AC 的中点 O，连接 BO，OD.

∵△ABC 是等边三角形，∴$OB\perp AC$.



△ABD 与△CBD 中，AB＝BD＝BC，$\angle ABD$＝$\angle CBD$，

∴△ABD≌△CBD，∴AD＝CD.

∵△ACD 是直角三角形，

∴AC 是斜边，∴$\angle ADC$＝90°．∴$DO=\frac{1}{2}AC$．∴$DO^2+BO^2=AB^2=BD^2$.

∴$\angle BOD$＝90°．∴$OB\perp OD$．………………4 分

又 $DO\cap AC$＝O，∴$OB\perp$平面 ACD．又 $OB\subset$平面 ABC

∴平面 $ACD\perp$平面 ABC．…………………6 分

(2) 设 E 是 BD 的中点，△ABC 是等边三角形,边长为 1，$\cos\angle ADB=\dfrac{\frac{1}{2}+1-1}{2\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times 1}=\frac{\sqrt{2}}{4}$.

$AE^2=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{1}{2}$. $AE=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$CE=AE=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $AC=1$

$S_{ACE}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{4}$, $V_{D-ACE}=V_{E-ACD}$， $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times h=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\frac{1}{4}$, $h=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

点 D 到平面 ACE 的距离 $\frac{\sqrt{3}}{4}$.…………………12 分

20. 解 (1)依题意得 $F(0,\frac{p}{2})$, 设 $P(2，y_0)$，$y_0=2-\frac{p}{2}$,

又点 P 是 E 上一点，所以 4＝$2p(2-\frac{p}{2})$, 得 $p^2-4p+4=0$，即 p＝2.

所以抛物线 E 的标准方程为 $x^2=4y$. ………………4 分

(2)由题意知 $P(2,1)$，设 $A(x_1,\frac{x_1^2}{4})$, $B(x\ ,\frac{x^{\ 2}}{4})$,

则 $k_{AP}=\dfrac{\frac{x_1^2}{4}-1}{x_1-2}=\frac{1}{4}(x_1+2)$，因为 $x_1\neq-2$，所以 $k_{AB}=-\frac{4}{x_1+2}$，……………6 分

AB 所在直线方程为 $y-\frac{x_1^2}{4}=\frac{-4}{x_1+2}(x-x_1)$，联立 $x^2=4y$.

因为 $x\neq x_1$，得 $(x+x_1)(x_1+2)+16=0$， ………………8 分

即 $x_1^2+(x+2)x_1+2x+16=0$，因为 $\Delta=(x+2)^2-4(2x+16)\geq 0$，

即 $x^2-4x-60\geq 0$，故 $x\geq 10$ 或 $x\leq -6$. ………………10 分

经检验，当 $x=-6$ 时，不满足题意.

所以点 C 的横坐标的取值范围是 $(-\infty，-6)\cup[10，+\infty)$. ………………12 分

21．解：（Ⅰ）$f'(x)=\frac{1-a-\ln x}{x^2}$. $f'(1)=\frac{1-a}{x^2}=0, a=1$ ………………2 分

此时函数 $f(1)=a=1$，函数 $f(x)$ 的图象在 $x=1$ 处的切线为 $y=1$,成立

此时 $f'(x)=\frac{-\ln x}{x^2}$，$f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减.

$f(x)$ 的极大值为 $f(1)=1$，不存在极小值. ………………4 分

（Ⅱ）由 $f(x)\leq e^x+\frac{2}{x}-1$，化简可得 $a\leq x(e^x-1)-\ln x+2.(x>0)$

令 $F(x)=x(e^x-1)-\ln x+2, x>0$ ………………6 分

$F'(x)=(x+1)(e^x-\frac{1}{x}), x>0$　　令 $h(x)=e^x-\frac{1}{x}, x>0$.　$h'(x)=e^x+\frac{1}{x^2}>0$

所以 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，………………8 分

$h(\frac{1}{2})=\sqrt{e}-2<0, h(1)=e-1>0$，

存在唯一的 $x_0\in(\frac{1}{2},1)$，使得 $h(x_0)=e^{x_0}-\frac{1}{x_0}=0$ ………………10 分

故 $F(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减，在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递增.

$F(x)_{\min}=x_0(e^{x_0}-1)-\ln x_0+2=x_0e^{x_0}-x_0-\ln x_0+2,$

由于 $h(x_0)=e^{x_0}-\frac{1}{x_0}=0,$ 得 $x_0e^{x_0}=1, x_0+\ln x_0=0$

$F(x)_{\min}=x_0e^{x_0}-x_0-\ln x_0+2=3,$ ………………11 分

所以 $a\leq 3$　　即实数 a 的取值范围 $a\leq 3$ ………………12 分

22.解　(1)由 $\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=1+\sin\theta\end{cases}$ 可得 $x^2+(y-1)^2=\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$，

所以曲线 C 的普通方程为 $x^2+(y-1)^2=1$，……………2 分

由 $\rho\sin(\theta+\dfrac{\pi}{4})=\sqrt{3}$，所以 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\rho\sin\theta+\dfrac{1}{2}\rho\cos\theta-\sqrt{3}=0$，

所以直线 l 的直角坐标方程为 $x+\sqrt{3}y-2\sqrt{3}=0$. ………………5 分

(2)曲线 C 的方程可化为 $x^2+y^2-2y=0$，

所以曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\theta$，

由题意设 $A(\rho_1,\dfrac{\pi}{6}),B(\rho_2,\dfrac{\pi}{6})$,

将 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$ 代入 $\rho=2\sin\theta$，$\rho_1=1$ 将 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$ 代入 $\rho\sin(\theta+\dfrac{\pi}{6})=\sqrt{3}$，可得 $\rho_2=2$，

所以 $|AB|=|\rho_1-\rho_2|=1$. ………………10 分

23.（1）依题意，得 $f(x)=|x+4|$,

则 $f(x)>2\Leftrightarrow|x+4|>2\Leftrightarrow x+4>2$ 或 $x+4<-2$，

解得 $x>-2$ 或 $x<-6$.

故不等式 $f(x)>2$ 的解集为 $\{x|x>-2\text{或}x<-6\}$………………5 分

（2）依题意，$f(x)+|x-a^2|\geq4\Leftrightarrow\left|x+\dfrac{1}{b(a-b)}\right|+|x-a^2|\geq4$，

因为 $\left|x+\dfrac{1}{b(a-b)}\right|+|x-a^2|\geq\left|x+\dfrac{1}{b(a-b)}-(x-a^2)\right|=a^2+\dfrac{1}{b(a-b)}$

$a=b+a-b\geq2\sqrt{b(a-b)}$,故 $\dfrac{1}{b(a-b)}\geq\dfrac{4}{a^2}$，

故 $a^2+\dfrac{1}{b(a-b)}\geq a^2+\dfrac{4}{a^2}\geq4$，当且仅当 $a=\sqrt{2},b=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 时，等号成立…………10 分