2017—2018 学年上学期期末考试

高中二年级　文科数学 参考答案

一、选择题：　ABDBD　BCACC　DA

二、填空题：13.3;　　14.$\frac{3\sqrt{3}}{2}$；　　15. $x^2+\frac{y^2}{\frac{2}{3}}=1$；　　16.　9 .

三、解答题

17. 解：(1) 设数列$\{a_n\}$的公差为 d，$\{b_n\}$的公比为 q，

由$\begin{cases} b_2=b_1q=3, \\ b_3=b_1q^2=9 \end{cases}$ 得$\begin{cases} b_1>1, \\ q=3. \end{cases}$

∴$\{b_n\}$的通项公式 $b_n=b_1q^{n-1}=3^{n-1}$，　　………2

分

又 $a_1=b_1=1$，$a_{14}=b_4=3^{4-1}=27$，

∴$1+(14-1)d=27$，解得 $d=2$.

∴$\{a_n\}$的通项公式 $a_n=a_1+(n-1)d=1+(n-1)\times 2=2n-1$.　　……5 分

(2)设数列$\{c_n\}$的前 n 项和为 S_n.

∵$c_n=a_n+b_n=2n-1+3^{n-1}$，

∴$S_n=c_1+c_2+c_3+\ldots+c_n$

$=（2\times 1-1+3^0）+（2\times 2-1+3^1）+\ldots+（2n-1+3^{n-1}）$

$=\left(1+3+\cdots(2n-1)\right)+\left(3^0+3+\cdots+3^{n-1}\right)$　　………8 分

$=n^2+\frac{3^n-1}{2}.$

即数列$\{c_n\}$的前 n 项和为 $n^2+\dfrac{3^n-1}{2}$.　　　　　　………10 分

18. 解: $\because p\wedge q$ 是假命题，$\neg p$ 也是假命题，

$\therefore$命题 p 是真命题，命题 q 是假命题.　　　　　　. . . . . . 1 分

不等式 a^2-5a-6⩾0,可得 a⩾6 或 a⩽−1，

$\therefore$当命题 p 为真命题时，a⩾6 或 a⩽−1.　　　　　　. . . . . . 6 分

又命题 q: 不等式 $x^2+ax+2<0$ 有解,

$\therefore \Delta=a^2-8>0$, $\therefore a>2\sqrt{2}$ 或 $a<-2\sqrt{2}$

又命题 q 是假命题，$\therefore -2\sqrt{2}\le a\le 2\sqrt{2}$,　　　　　　. . . . . . 10 分

综上所述：$\begin{cases} a\le -1\text{或}a\ge 6, \\ -2\sqrt{2}\le a\le 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow -2\sqrt{2}\le a\le -1.$　　　　　　. . . . . . 12 分

19.解：(1) $b(1+2\cos C)=2a\cos C+c\cos A$，$\therefore \sin B(1+2\cos C)=2\sin A\cos C+\sin C\cos A$，

$\therefore \sin(A+C)+2\sin B\cos C=2\sin A\cos C+\cos A\sin C$，

$\therefore 2\sin B\cos C=\sin A\cos C$，又 $0<C<\dfrac{\pi}{2}$，得 $2\sin B=\sin A$, 即 $\dfrac{a}{b}=2$.　　　　　　........5 分

(2)　$S=\dfrac{1}{2}\cdot 2b\cdot b\cdot \sin C=4\sin C$　，　$\therefore$　$b=2$　$a=$　，　在　ΔADC　中　，

$\cos\angle ADC=\dfrac{|CD|^2+|AD|^2-|AC|^2}{2|CD|\cdot|AD|}$，在 ΔBDC 中，　$\cos\angle BDC=\dfrac{|BD|^2+|CD|^2-|BC|^2}{2|BD|\cdot|CD|}$,

又 $\angle ADC+\angle BDC=\pi$，则 $\cos\angle ADC+\cos\angle BDC=0$，

由 $\dfrac{\left(\sqrt{6}\right)^2+\left(\dfrac{c}{2}\right)^2-2^2}{2\times\dfrac{c}{2}\times\sqrt{6}}+\dfrac{\left(\dfrac{c}{2}\right)^2+\left(\sqrt{6}\right)^2-4^2}{2\times\dfrac{c}{2}\times\sqrt{6}}=0$，得 $c=4$.　　　　　　........12 分

20．解：（1）由题意可得，

$y=3\left(2x\times 150+\dfrac{12}{x}\times 400\right)+5800=900\left(x+\dfrac{16}{x}\right)+5800\left(0<x\le a\right)$.　　　　　　...........5 分

（2）当 a≥4 时， $y=900\left(x+\frac{16}{x}\right)+5800\geq 900\times 2\sqrt{x\times\frac{16}{x}}+5800=13000,$

当且仅当 $x=\frac{16}{x}$ 即 $x=4$ 时，等号成立. ....7 分

∴当 x=4 时，有最小值 13000. ....8 分

若 $a<4$，可由单调性的定义或导数判定函数可知

$y=900\left(x+\frac{16}{x}\right)+5800$ 在 $x\in(0,a]$ 上是减函数. ...10 分

∴当 x=a 时 y 有最小值 $900\left(a+\frac{16}{a}\right)+5800.$ ....11 分

故当 a≥4 时，当侧面长度为 4 时，总造价最底，最低总造价是 13000，

当 a＜4 时，侧面长度为 a 时，总造价最底，最低总造价是

$900\left(a+\frac{16}{a}\right)+5800.$ ...12 分

21.解：（1） $x^2+y^2-6y+5=0$ 可化为 $x^2+(y-3)^2=4$，

根据已知抛物线的方程为 $x^2=2py$ （ $p>0$ ）.

∵圆心 F 的坐标为 $F(0,3)$， ∴ $\frac{p}{2}=3$，解得 $p=6$.

∴抛物线的方程为 $x^2=12y$. ....4 分

（2）∵ $\frac{5}{2}|NS|$ 是 $|MN|$ 与 $|ST|$ 的等差中项，圆 F 的半径为 2，

∴ $|MN|+|ST|=5|NS|=5\times 4=20$. ∴ $|MT|=|MN|+|NS|+|ST|=24$. ....6 分

由题知，直线 l 的斜率存在，故可设直线 l 的方程为 $y=kx+3$，

设 $M(x_1,y_1)$， $T(x_2,y_2)$，由 $\begin{cases} y=kx+3, \\ x^2=12y, \end{cases}$ 得 $x^2-12kx-36=0$， $\Delta=144k^2+144>0$，

$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{12k\pm\sqrt{(12k)^2-4\times 36}}{2}$，故 $x_1+x_2=12k$， $x_1x_2=-36$.

∴ $|MT|=y_1+y_2+p=k(x_1+x_2)+6+p=24.$ ....9 分

解得$k=\pm1$. ....11 分

∴存在满足要求的直线l，其方程为$x-y+3=0$或$x+y-3=0$ ....12 分

22. **解**：由题意得：$f(x)=\frac{1}{2}x^2+m\ln x$，得 $f'(x)=x+\frac{m}{x}$,

$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$. ....2 分

(1)$\because m=-3,\ f'(x)=x-\frac{3}{x}=\frac{x^2-3}{x}=\frac{(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})}{x}$

$\therefore f(x)$的单调增区间是 $(\sqrt{3},+\infty)$，减区间是 $(0,\sqrt{3})$ ....5 分

$\therefore f(x)$的最小值是$f(\sqrt{3})=\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\ln 3$，无最大值. ....6 分

(2) ∵$H(x)=f(x)-(m+1)x=\frac{1}{2}x^2+m\ln x-(m+1)x$，

∴$H'(x)=x+\frac{m}{x}-(m+1)=\frac{(x-1)(x-m)}{x}$.

∵$x\in[1,m]$，∴$H'(x)=\frac{(x-1)(x-m)}{x}\leqslant 0$.

∴函数 $H(x)$在$[1,m]$上单调递减.

∴ $(H(x_1)-H(x_2))_{\max}=H(x)_{\max}-H(x)_{\min}=H(1)-H(m)$

$=\frac{1}{2}m^2-m\ln m-\frac{1}{2}$. ....8 分

欲证$\frac{H(x_1)-H(x_2)}{m}<1$, 即证 $\frac{(H(x_1)-H(x_2))_{\max}}{m}<1$,

即证$\frac{1}{2}m-\ln m-\frac{1}{2m}<1$,

令$h(m)=\frac{1}{2}m-\ln m-\frac{1}{2m}$, $(1<m\leqslant e)$,

则 $h'(m)=\frac{1}{2}-\frac{1}{m}+\frac{1}{2m^2}=\frac{1}{2m^2}(m-1)^2>0$. ....10 分

$\therefore$函数 $h(m)=\frac{1}{2}m-\ln m-\frac{1}{2m}$ 在$(1，e]$上是增函数，

$\therefore h(m)\leqslant h(e)=\frac{e}{2}-1-\frac{1}{2e}<1$.

故对任意 x_1，$x_2\in[1，m]$，恒有 $\frac{1}{m}(H(x_1)-H(x_2))<1$. .....12 分